

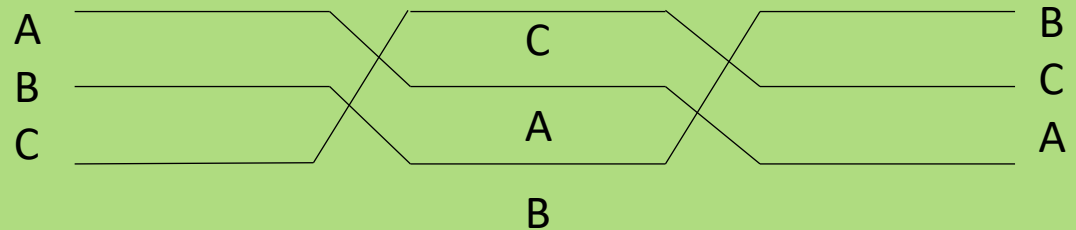
**Анализа
електроенергетских
система
-моделовање елемената-**

Водови

Посматрамо **погонске** параметре:

- r , подужна отпорност
- l , подужна индуктивност
- c , подужна капацитивност
- g , подужна проводност

Геометријска симетрија вода се у пракси постиже преплитањем, односно транспозицијом проводника.



Отпорност

$$r = \rho \frac{1}{S} \left[\frac{\Omega}{km} \right]$$

$$\rho_{Al} = 28.4 \frac{\Omega}{mm^2 km} \quad \rho_{Cu} = 17.2 \frac{\Omega}{mm^2 km} \quad (\text{на } 20^\circ\text{C})$$

Код проводника већих попречних пресека потребно је уважити и утицај скин (површинског) ефекта, као и утицај близине проводника.

Фактор скин ефекта се изражава на следећи начин:

$$\frac{r_{AC}}{r_{DC}} = 1 + 7,5 \cdot 10^{-7} f^2 d^4 \mu_r$$

r_{AC} , отпорност при наизменичној струји

r_{DC} , отпорност при једносмерној струји

f , учестаност [Hz]

d , пречник проводника [cm]

μ_r , магнетна пермеабилност (усваја се вредност 1, за немагнетне материјале, попут алуминијума)

ИНДУКТИВНОСТ

$l = 2 \cdot 10^{-4} \ln \frac{D_{SG}}{r_e} \left[\frac{H}{km} \right]$, ово важи за вод који је симетричан у геометријском смислу и оптерећен симетричним системом струја $x = \omega l$, подужна погонска реактанса, мења се у уском опсегу

Типичне вредности:

- један проводник по фази $x \approx 0.4 \frac{\Omega}{km}$ (за 110 kV и 220 kV)
- два проводника по фази (сноп) $x \approx 0.32 \frac{\Omega}{km}$ (за 400 kV)
- три проводника по фази $x \approx 0.28 \frac{\Omega}{km}$
- четири проводника по фази $x \approx 0.24 \frac{\Omega}{km}$

Капацитивност

$$\bullet C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln\frac{D_{SG}}{r}} = \frac{55.55 \cdot 10^{-9}}{\ln\frac{D_{SG}}{r}} \left[\frac{F}{km} \right]$$

$$b = \omega C, \text{ подужна погонска сусцептанса вода } \left[\frac{S}{km} \right]$$

Овај параметар је дефинисан средином и геометријом проводника. Погонском капацитивношћу се уважава електростатичка спрегнутост између фазних проводника, као и између фазних проводника и земље.

Одводност

Последица је две појаве:

- Несавршености изолатора (њихова површина је подложна прљању и ту су и сконцентрицсани сви губици активне снаге)
- Короне (јонизација ваздуха у околини фазних проводника)

У прорачунима се оточна кондуктанса често занемарује.

Типичан број капа у ланцу изолатора:

400 kV - 19

220 kV – 11,12

110 kV – 6,7

35 kV – 2

10 kV – 1 (у загађеним срединама може их бити и више 2,3)

Еквивалентна шема вода

$$\underline{z}_v = r_v + jx_v$$

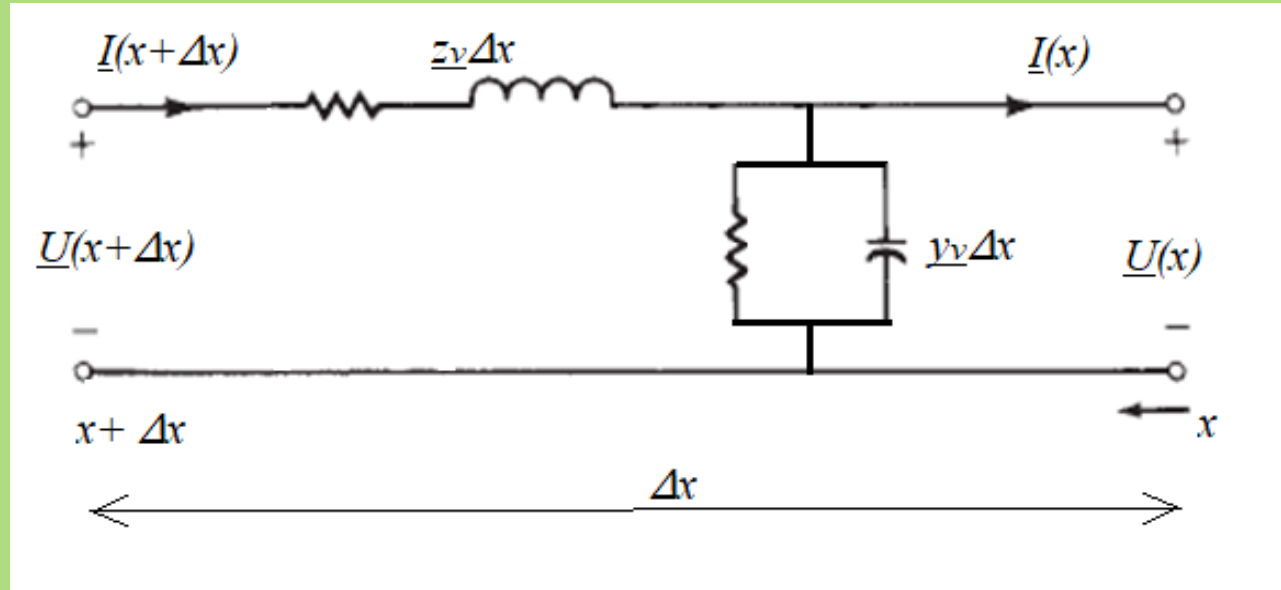
$$\underline{y}_v = g_v + jb_v$$

$$\underline{U}(x + \Delta x) - \underline{U}(x) = \underline{z}_v \Delta x \cdot \underline{I}(x)$$

$$\underline{I}(x + \Delta x) - \underline{I}(x) = \underline{y}_v \Delta x \cdot \underline{U}(x)$$

$$\frac{d\underline{U}(x)}{dx} = \underline{z}_v \cdot \underline{I}(x)$$

$$\frac{d\underline{I}(x)}{dx} = \underline{y}_v \cdot \underline{U}(x)$$



$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \underline{U}(x)}{dx^2} &= \underline{z}_v \cdot \underline{y}_v \cdot \underline{U}(x) \\ \frac{d^2 \underline{I}(x)}{dx^2} &= \underline{z}_v \cdot \underline{y}_v \cdot \underline{I}(x) \end{aligned} \right\} \text{Опште решење} \Rightarrow$$

$$\underline{U}(x) = \underline{A}_1 e^{\underline{\gamma} x} + \underline{A}_2 e^{-\underline{\gamma} x}$$

$$\underline{I}(x) = \underline{A}_1 \cdot \frac{\underline{\gamma}}{\underline{z}_v} \cdot e^{\underline{\gamma} x} - \underline{A}_2 \cdot \frac{\underline{\gamma}}{\underline{z}_v} \cdot e^{-\underline{\gamma} x}$$

$\underline{\gamma} = \sqrt{\underline{Z}_v \cdot \underline{Y}_v} = \alpha + j \cdot \beta$, константа простирања $[\frac{1}{km}]$

$\underline{Z}_C = \sqrt{\frac{\underline{Z}_v}{\underline{Y}_v}}$, карактеристична импеданса вода $[\Omega]$

α , константа слабљења $[\frac{Np}{km}]$

β , фазна константа $[\frac{rad}{km}] \sim 0.06 \frac{0}{km}$

$v = \lambda \cdot f$, брзина простирања таласа по воду

$\lambda = \frac{2 \cdot \pi}{\beta}$, таласна дужина вода $\sim 6000 km$

Једначине телеграфичара:

Ако претпоставимо стање на крају $\underline{U}_2, \underline{I}_2$

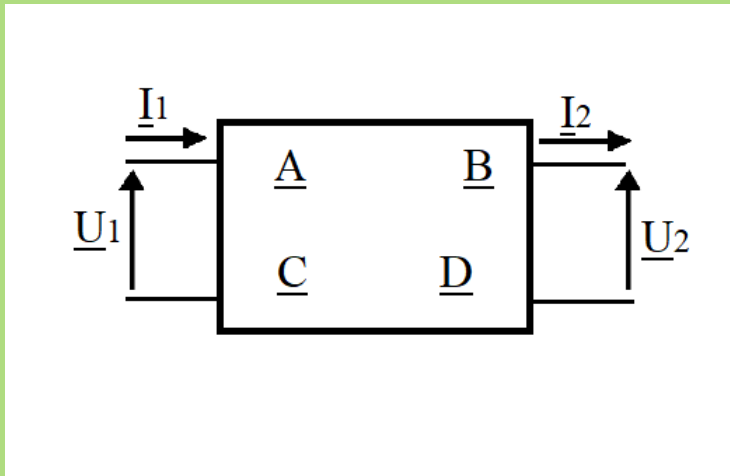
$$\left. \begin{array}{l} \underline{U}_2 = \underline{U}(0) = \underline{A}_1 + \underline{A}_2 \\ \underline{I}_2 = \underline{U}(0) = \frac{\underline{A}_1 - \underline{A}_2}{\underline{Z}_C} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \underline{A}_1 = \frac{\underline{U}_2 + \underline{I}_2 \underline{Z}_C}{2} \\ \underline{A}_2 = \frac{\underline{U}_2 - \underline{I}_2 \underline{Z}_C}{2} \end{array}$$

$$\underline{U}(x) = \underline{U}_2 \cosh(\underline{\gamma} x) + \underline{Z}_C \underline{I}_2 \sinh(\underline{\gamma} x)$$

$$\underline{I}(x) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_C} \sinh(\underline{\gamma} x) + \underline{I}_2 \cosh(\underline{\gamma} x)$$

Модел вода

Са гледишта повезаности вода као елемента система са осталим елементима система, погодније је вод свести на еквивалентно коло које се проучава са аспекта улаз-излаз (повезује напон и струју на крају вода са напонам и струјом на почетку вода). Зато се једначине телеграфичара интерпретирају преко ABCD параметара у матричној форми.



$$\begin{bmatrix} \underline{U_1} \\ \underline{I_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U_2} \\ \underline{I_2} \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} = \underline{D} = \cosh(\underline{\gamma} L_v)$$

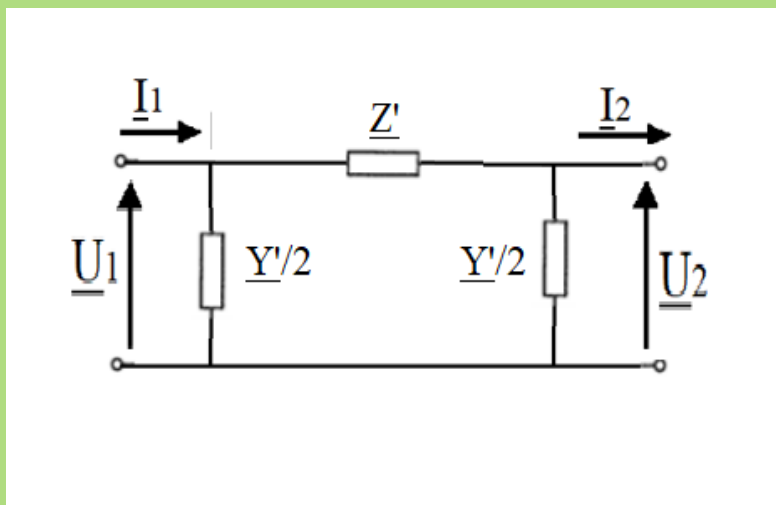
$$\underline{B} = \underline{Z}_C \sinh(\underline{\gamma} L_v)$$

$$\underline{C} = \frac{1}{\underline{Z}_C} \sinh(\underline{\gamma} L_v)$$

За пасивне елементе важи да је : $\underline{A} \underline{D} - \underline{B} \underline{C} = 1$

π заменска шема вода

У π шеми вода, редна грана је представа за импедансу вода и с њом је у некој релацији, а оточна грана је представа за адмитансу вода и као концентрисани параметар у π -шеми дели се на две половине. Најчешће се усваја да се параметри π -шеме обележавају са $\underline{Z}'$ и $\underline{Y}'$.



$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 + \underline{Z}' \left(\underline{I}_2 + \frac{\underline{U}_2 \underline{Y}'}{2} \right) = \left(1 + \frac{\underline{Z}' \underline{Y}'}{2} \right) \underline{U}_2 + \underline{Z}' \underline{I}_2$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \frac{\underline{U}_2 \underline{Y}'}{2} + \frac{\underline{U}_1 \underline{Y}'}{2} = \underline{Y}' \left(1 + \frac{\underline{Z}' \underline{Y}'}{4} \right) \underline{U}_2 + \left(1 + \frac{\underline{Z}' \underline{Y}'}{2} \right) \underline{I}_2$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 + \frac{\underline{Z}'\underline{Y}'}{2}) & \underline{Z}' \\ \underline{Y}'(1 + \frac{\underline{Z}'\underline{Y}'}{4}) & (1 + \frac{\underline{Z}'\underline{Y}'}{2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix}$$

Упоређујући изразе π -шеме са једначинама типа улаз-излаз, налазе се одговарајући параметри четворокрајника.

$$\begin{aligned} \underline{A} &= \underline{D} = \left(1 + \frac{\underline{Z}'\underline{Y}'}{2}\right) \\ \underline{B} &= \underline{Z}' \\ \underline{C} &= \underline{Y}' \left(1 + \frac{\underline{Z}'\underline{Y}'}{4}\right) \end{aligned}$$

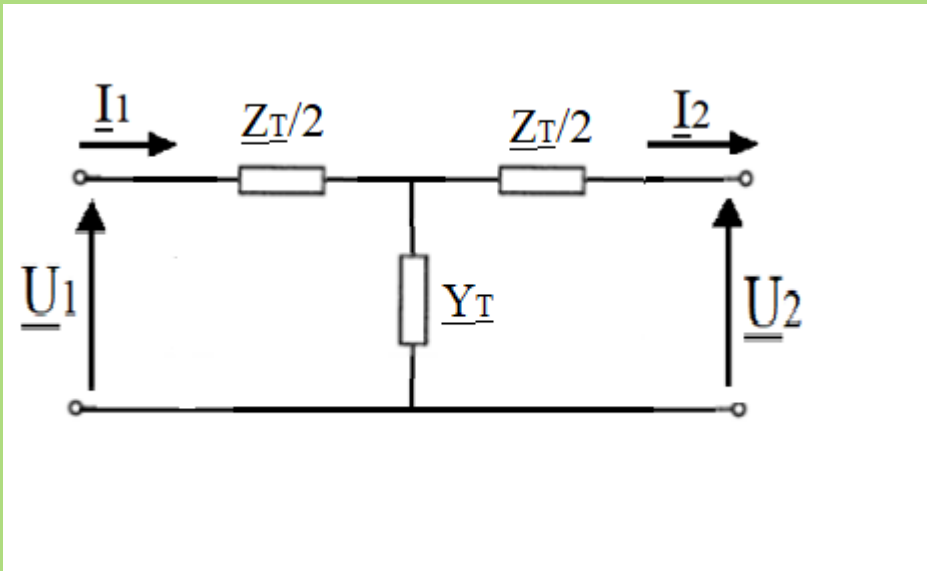
Поређењем ових израза са претходно добијеним $\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}, \underline{D}$ параметрима, добијају се параметри π -шеме вода.

$$\begin{aligned} \underline{Z}' = \underline{B} &= \underline{Z}_C \sinh(\gamma L_v) \\ \underline{Y}' &= \frac{2}{\underline{Z}_C} \frac{\cosh(\gamma L_v) - 1}{\sinh(\gamma L_v)} \Rightarrow \frac{\underline{Y}'}{2} = \frac{1}{\underline{Z}_C} \tanh\left(\frac{\gamma L_v}{2}\right) \end{aligned}$$

$$\tanh \frac{t}{2} = \frac{\cosh t - 1}{\sinh t}$$

T заменска шема вода

На сличан начин као и параметри π шеме изводе се и параметри T шеме, за које ће се користити T у индексу. Ову шему знатно ређе користимо.



$$\underline{U}_1 = \left(1 + \frac{\underline{Y}_T \underline{Z}_T}{2}\right) \underline{U}_2 + \underline{Z}_T \left(1 + \frac{\underline{Y}_T \underline{Z}_T}{4}\right) \underline{I}_2$$

$$\underline{I}_1 = \underline{Y}_T \underline{U}_2 + \left(1 + \frac{\underline{Y}_T \underline{Z}_T}{2}\right) \underline{I}_2$$

$$\underline{Y}_T = \frac{1}{\underline{Z}_C} \sinh(\underline{\gamma} L_v)$$

$$\underline{Z}_T = 2\underline{Z}_C \frac{\cosh(\underline{\gamma} L_v) - 1}{\sinh(\underline{\gamma} L_v)}$$

Апроксимације модела вода

$$\underline{Z}_v = L_v \cdot \underline{z}_v$$

$$\underline{Y}_v = L_v \cdot y_v$$

$$\underline{Z}_C = \sqrt{\frac{\underline{Z}_v}{\underline{Y}_v}}$$

$$\underline{\gamma} \cdot L_v = \sqrt{\underline{Z}_v \cdot \underline{Y}_v}$$

За јако дуге водове дужина преко **600 km** уводе се комплексни коефицијенти поправке којима се множе импеданса редне гране и адмитансе оточних грана како би се добиле тачније вредности параметара.

$$\underline{Z}' = \sqrt{\frac{\underline{Z}_v}{\underline{Y}_v}} \sinh(\underline{\gamma} L_v) = \frac{1}{\sqrt{\underline{Z}_v \cdot \underline{Y}_v}} \sinh \sqrt{\underline{Z}_v \cdot \underline{Y}_v} \cdot \underline{Z}_v = \underline{K}_Z \cdot \underline{Z}_v \Rightarrow \underline{K}_Z = \frac{1}{\sqrt{\underline{Z}_v \cdot \underline{Y}_v}} \sinh \sqrt{\underline{Z}_v \cdot \underline{Y}_v}$$

$$\underline{Y}' = \frac{2}{\sqrt{\underline{Z}_v \cdot \underline{Y}_v}} \frac{\cosh \sqrt{\underline{Z}_v \cdot \underline{Y}_v} - 1}{\sinh \sqrt{\underline{Z}_v \cdot \underline{Y}_v}} \cdot \underline{Y}_v = 2 \frac{\tanh(\frac{\sqrt{\underline{Z}_v \cdot \underline{Y}_v}}{2})}{\sqrt{\underline{Z}_v \cdot \underline{Y}_v}} \cdot \underline{Y}_v = \underline{K}_Y \cdot \underline{Y}_v \Rightarrow \underline{K}_Y = 2 \frac{\tanh(\frac{\sqrt{\underline{Z}_v \cdot \underline{Y}_v}}{2})}{\sqrt{\underline{Z}_v \cdot \underline{Y}_v}}$$

За умерено дуге водове, дужине од **200 km до 600 km**, уводе се **скаларни коефицијенти поправке** K_r, K_x, K_B којима се уважава ефекат расподељености. Ради њиховог израчунавања се хиперболичке зависности апроксимирају са прва два члана развоја у ред.) G_v занемарујемо.

$$\underline{K}_Z = 1 + \frac{\underline{Z}_v \cdot \underline{Y}_v}{6} + \cancel{\frac{\underline{Z}_v^2 \cdot \underline{Y}_v^2}{120}} + \dots$$

$$\underline{K}_Y = 1 - \frac{\underline{Z}_v \cdot \underline{Y}_v}{6} + \dots$$

$$\underline{Z}'_v = R'_v + jX'_v = \underline{K}_Z \cdot \underline{Z}_v = (R_v + jX_v) \left(1 + \frac{(R_v + jX_v)(G_v + jB_v)}{6} \right)$$

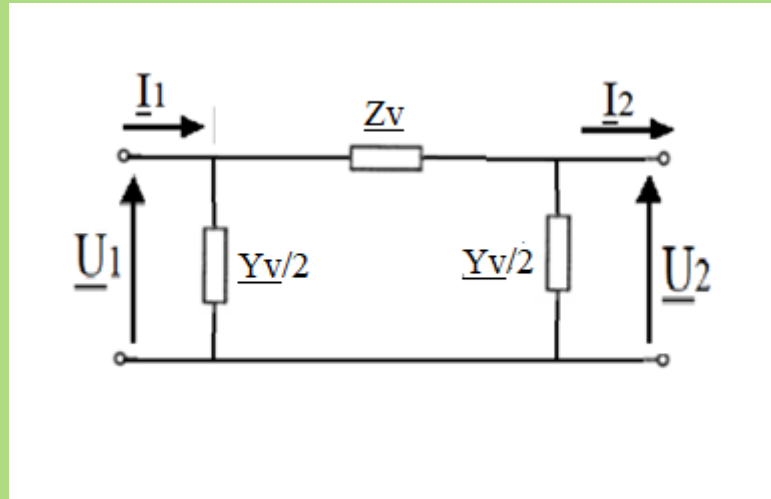
$$R'_v = K_r \cdot R_v = \left(1 - \frac{X_v B_v}{3} \right) R_v \Rightarrow K_r = \left(1 - \frac{X_v B_v}{3} \right)$$

$$X'_v = K_x \cdot X_v = \left(1 - \frac{X_v B_v}{6} \left(1 - \frac{R_v^2}{X_v^2} \right) \right) \cdot X_v \Rightarrow K_x = 1 - \frac{X_v B_v}{6} \left(1 - \frac{R_v^2}{X_v^2} \right)$$

$$B'_v = K_B \cdot B_v = \left(1 + \frac{X_v B_v}{12} \right) \cdot B_v \Rightarrow K_B = 1 + \frac{X_v B_v}{12}$$

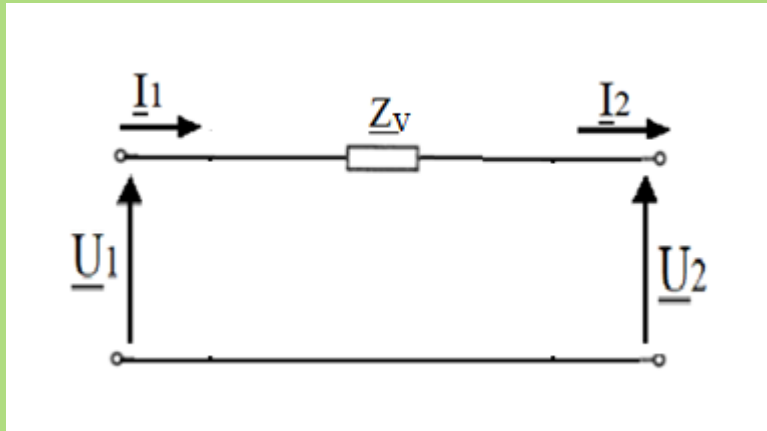
Водови средње дужине до 200 km се моделују или π или T шемом и за њих се уводе коефицијенти поравке. За њих се могу усвојити следеће апроксимације:

$$\begin{aligned}\sinh \gamma L_v &\rightarrow \gamma L_v \\ \tanh \frac{\gamma L_v}{2} &\rightarrow \frac{\gamma L_v}{2} \\ \underline{Z}'_v &= \underline{Z}_v \\ \underline{Y}'_v &= \underline{Y}_v\end{aligned}$$



Кратки водови дужине до **80 km** имају занемариве параметре оточне гране. Они се типично еквивалентирају само са редном импедансом вода, или чак само са редном реактансом вода.

$$\begin{aligned}\underline{Z}' &= \underline{Z}_v \\ \underline{Y}' &\approx 0\end{aligned}$$



$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \underline{Z}_v \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{B} = \underline{Z}_v \quad \underline{A} = \underline{D} = 1 \quad \underline{C} = 0$$

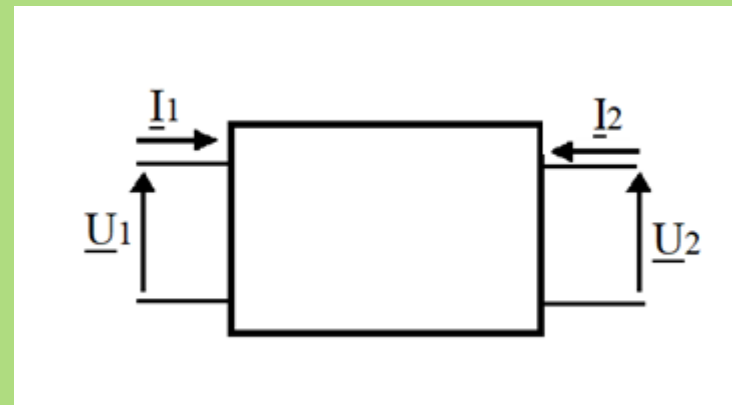
Представа вода преко мреже са два пара крајева

A) ABCD параметри

Б) Z параметри

В) Y параметри

$$\text{Б) } \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} \quad \underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$



Уочити да је смер струје $\underline{I}_2$ супротан од оног који је претходно претпостављен.

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{A} \cdot \underline{U}_2 - \underline{B} \cdot \underline{I}_2 \\ \underline{I}_1 &= \underline{C} \cdot \underline{U}_2 - \underline{D} \cdot \underline{I}_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & 1 \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{Z}_{11} = \frac{\underline{A}}{\underline{C}} \quad \underline{Z}_{12} = \frac{1}{\underline{C}} \\ \underline{Z}_{21} = \frac{1}{\underline{C}} \quad \underline{Z}_{22} = \frac{\underline{D}}{\underline{C}}$$

B)

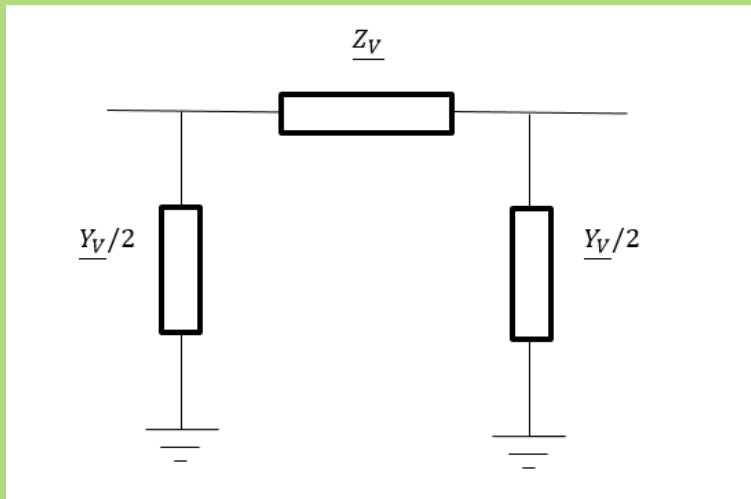
$$\begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{\frac{D}{B}}} & -\underline{\underline{\frac{1}{B}}} \\ -\underline{\underline{\frac{1}{B}}} & \underline{\underline{\frac{A}{B}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{U}$$

$$\underline{Y} = \underline{Z}^{-1}$$

$$\underline{Y}_{11} = \underline{\underline{\frac{D}{B}}} \quad \underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21} = -\underline{\underline{\frac{1}{B}}} \quad \underline{Y}_{22} = \underline{\underline{\frac{A}{B}}}$$



$$\underline{Y}_{11} = \frac{1}{\underline{Z}_v} + \frac{\underline{Y}_v}{2} = \underline{Y}_{22}$$

$$\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21} = -\frac{1}{\underline{Z}_v}$$

Модел идеализованог вода

$$\underline{z} = jx$$
$$\underline{y} = jb$$

$$\underline{A} = \underline{D} = \cos \beta L_v$$
$$\underline{B} = jZ_c \sin \beta L_v$$
$$\underline{C} = j \frac{1}{Z_c} \sin \beta L_v$$

$$\underline{Z}_c = Z_c = \sqrt{\frac{l}{c}} = \sqrt{\frac{x}{b}}$$

$$\beta = \sqrt{x \cdot b} = \omega \sqrt{l \cdot c}$$

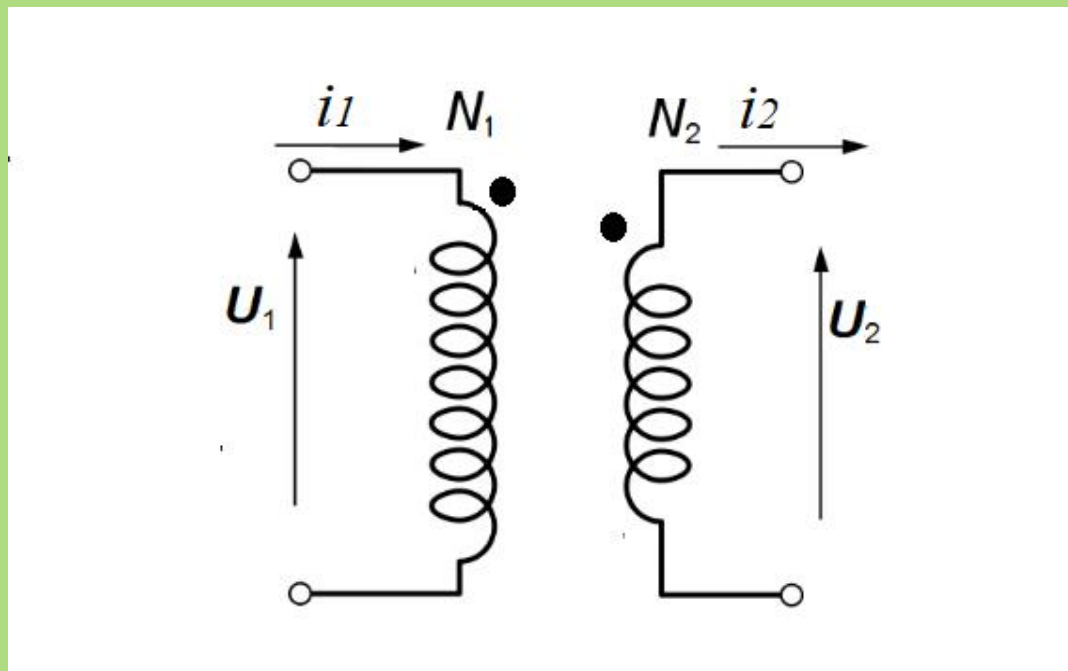
Модел трансформатора

У циљу ефикасног преноса великих снага са одржавањем губитака активне снаге и енергије на толерантном нивоу, неопходно је у ЕЕС-у пренос електричне енергије реализовати на високим напонима. Овако високе напоне немогуће је остварити на напонском нивоу производње електричне енергије пошто расположиви изолациони материјали ограничавају напонске нивое у генератору на граници од 25 kV, већ се тражени високи напони преизводе у трансформаторима. Најчешће су у примени двонамотајни и тронамотајни трансформатори, као и аутотрансформатори.



Идеални трансформатор

Идеални трансформатор нема губитке активне снаге у намотајима, нема расутог флукса, магнетна отпорност му је нула и нема губитака у гвожђу.



$$u_1 = \frac{d\Psi_1}{dt} = N_1 \frac{d\Phi}{dt}$$
$$u_2 = \frac{d\Psi_2}{dt} = N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

$$U_1 = U_2 \frac{N_1}{N_2}$$

$$m_n = \frac{N_1}{N_2}$$

Магнетопобудна сила:

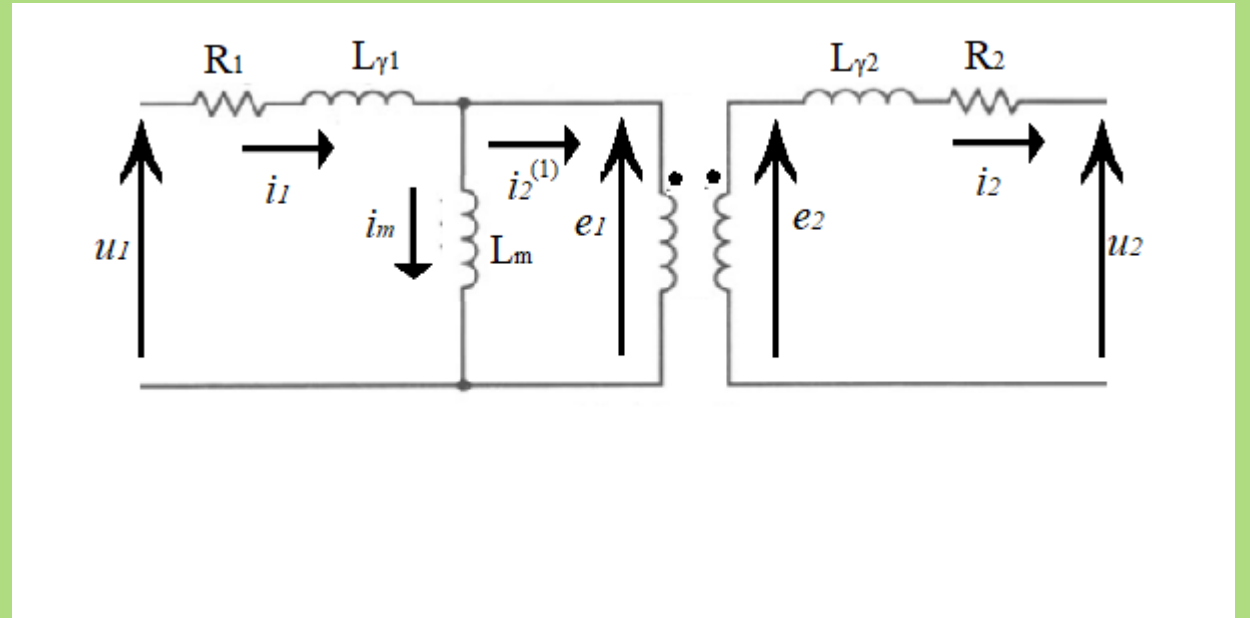
$$F = N_1 i_1 - N_2 i_2 = 0$$

$$i_1 = \frac{N_2}{N_1} i_2$$

Ψ је укупни флукси обухват, а Φ је флукс по једном навојку.

Реални трансформатор

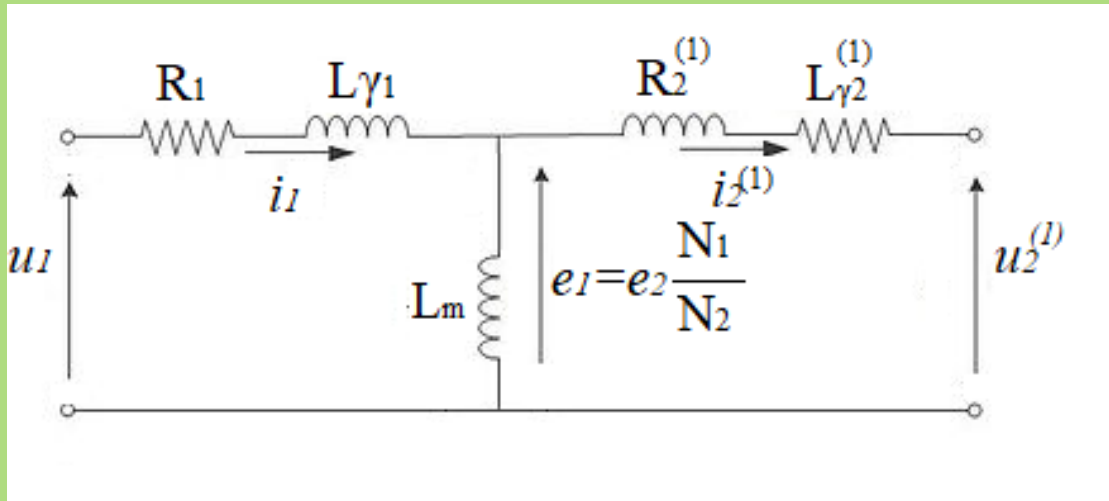
$$\begin{aligned}
 u_1 &= \frac{d\Psi_1}{dt} + R_1 i_1 = N_1 \frac{d\Psi_m}{dt} + L_{\gamma 1} \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 \\
 u_2 &= \frac{d\Psi_2}{dt} + R_2 i_2 = N_2 \frac{d\Psi_m}{dt} + L_{\gamma 2} \frac{di_2}{dt} + R_2 i_2 \\
 F &= N_1 i_1 - N_2 i_2 = R \Psi_m = N_1 i_m \\
 N_1 \frac{d\Psi_m}{dt} &= \frac{N_1^2}{R} \frac{di_m}{dt} = L_m \frac{di_m}{dt} \\
 e_1 &= N_1 \frac{d\Psi_m}{dt} \quad e_2 = N_2 \frac{d\Psi_m}{dt}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \underline{E}_2 &= \underline{U}_2 + \underline{Z}_2 \cdot \underline{I}_2 \\
 \underline{E}_1 &= \frac{N_1}{N_2} \underline{E}_2 = \frac{N_1}{N_2} \underline{U}_2 + \underline{Z}_2 \cdot \underline{I}_2^{(1)} \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \underline{Z}_1 &= R_1 + j\omega L_{\gamma 1} \\
 \underline{Z}_2 &= R_2 + j\omega L_{\gamma 2}
 \end{aligned}$$

Сведене величине



$$\frac{N_1}{N_2} \rightarrow \frac{U_{l1}}{U_{l2}}$$

$$U_2^{(1)} = U_2 \frac{N_1}{N_2}$$

$$I_2^{(1)} = I_2 \frac{N_2}{N_1}$$

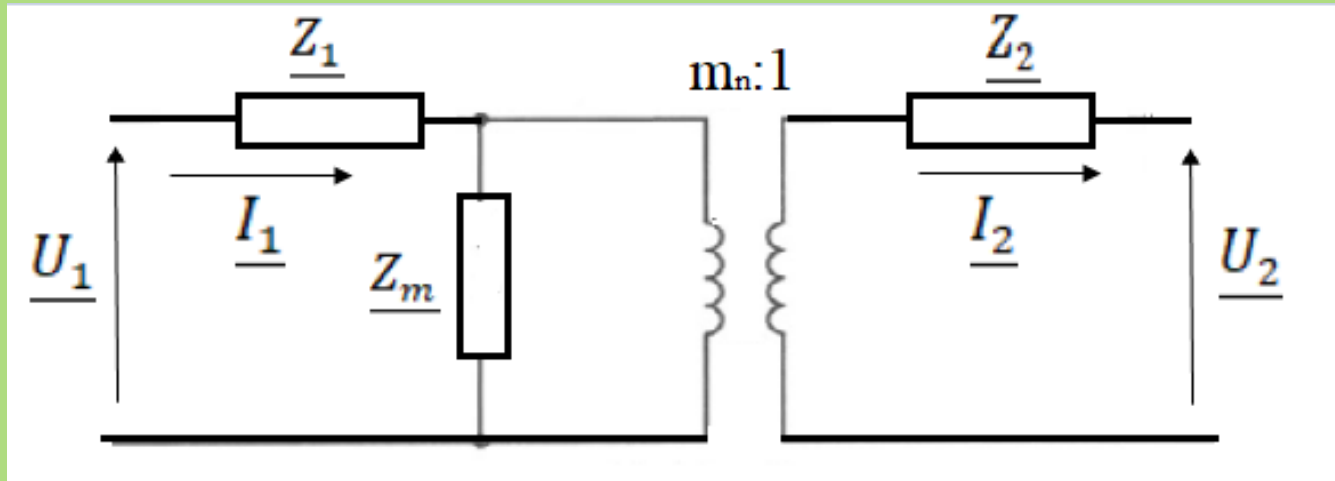
$$R_2^{(1)} = R_2 \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2$$

$$L_{\gamma 2}^{(1)} = L_{\gamma 2} \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2$$

Релативне јединице

- А) Једначине напона морају бити у потпуности исте у r.j. и у SI
 - Б) Једначине за снагу морају бити апсолутно исте у r.j. и у SI ($S=kUI$)
 - В) Сви међусобни индуктивитети морају имати могућност да се после нормализације представе преко T еквивалентног кола
 - Г) Снаге морају бити инваријантне (иста базна снага)
 - Д) Време мора да буде инваријантно (исто базно време)
- Базне вредности су реалне величине

Бирамо S_B U_B f_B



$$m_n = \frac{N_1}{N_2}$$

$$S_{B1} = S_{B2} = S_B = S_n$$

$$U_{B1} = U_{n1}$$

$$I_{B1} = \frac{S_B}{U_{B1}}$$

$$Z_{B1} = \frac{U_{B1}^2}{S_B}$$

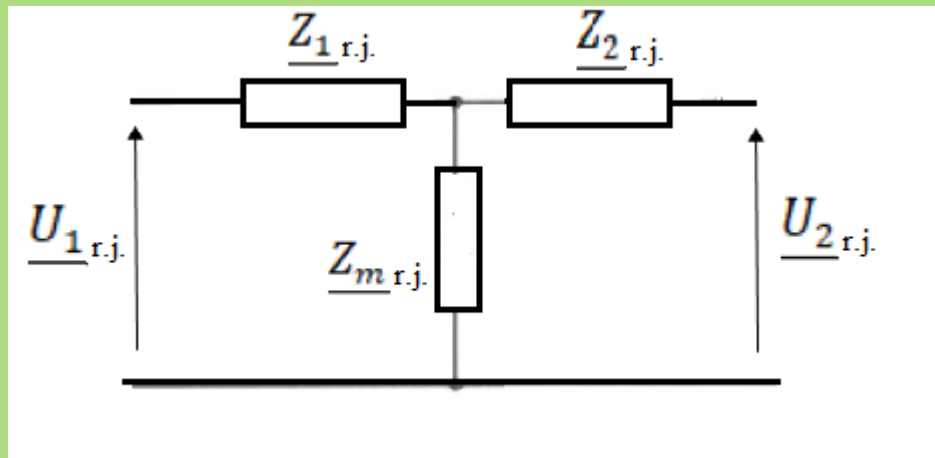
$$U_{B2} = \frac{U_{B1}}{m_n} (= U_{n2})$$

$$I_{B2} = \frac{S_B}{U_{B2}} = m_n I_{B1}$$

$$Z_{B2} = \frac{U_{B2}^2}{S_B} = \frac{Z_{B1}}{m_n^2}$$

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \cdot \underline{I}_1 + \underline{E}_1$$

$$\underline{U}_2 = -\underline{Z}_2 \cdot \underline{I}_2 + \underline{E}_2$$



$$\underline{U}_{1r.j.} \cdot U_{B1} = \underline{Z}_{1r.j.} \cdot \underline{Z}_{B1} \cdot \underline{I}_{1r.j.} \cdot I_{B1} + \underline{E}_{1r.j.} \cdot U_{B1}$$

$$\underline{U}_{1r.j.} \cdot U_{B1} = \underline{Z}_{1r.j.} \cdot \frac{U_{B1}^2}{S_B} \cdot \underline{I}_{1r.j.} \cdot \frac{S_B}{U_{B1}} + \underline{E}_{1r.j.} \cdot U_{B1}$$

$$\underline{U}_{1r.j.} = \underline{Z}_{1r.j.} \cdot \underline{I}_{1r.j.} + \underline{E}_{1r.j.}$$

$$\underline{U}_{2r.j.} = -\underline{Z}_{2r.j.} \cdot \underline{I}_{2r.j.} + \underline{E}_{2r.j.}$$

$$\underline{E}_{1r.j.} \cdot U_{B1} = m_n \underline{E}_{2r.j.} \cdot U_{B2}$$

$$\underline{E}_{1r.j.} \cdot U_{B1} = m_n \underline{E}_{2r.j.} \cdot \frac{U_{B1}}{m_n}$$

$$\underline{E}_{1r.j.} = \underline{E}_{2r.j.}$$

Параметри трансформатора се не мењају са радним режимом. Зависе од геометрије и материјала.

❖ Оглед кратког споја

$$\begin{aligned}Z_T^{(i)} &= \frac{u_{k\%}}{100} \frac{U_{ni}}{S_n} \\R_T^{(i)} &= P_{Cun}^{gub} \left(\frac{U_{ni}}{S_n} \right)^2 \\X_T &= \sqrt{Z_T^2 - R_T^2} \\Z_T &= R_T + jX_T\end{aligned}$$

$u_{k\%}$ је реда 4% (код мањих трансформатора), односно 12% (код већих).

❖ Оглед празног хода

$$Y_{PH} = \frac{I_0}{U_{ni}}$$

$$i_{0\%} = \frac{I_0}{I_{ni}} 100$$

$$Y_{PH}^{(i)} = \frac{i_{0\%}}{100} \frac{I_{ni}}{U_{ni}}$$

$$Y_{PH}^{(i)} = \frac{i_{0\%}}{100} \frac{S_n}{U_{ni}^2}$$

$$\underline{Y}_{PH} = G - jB$$

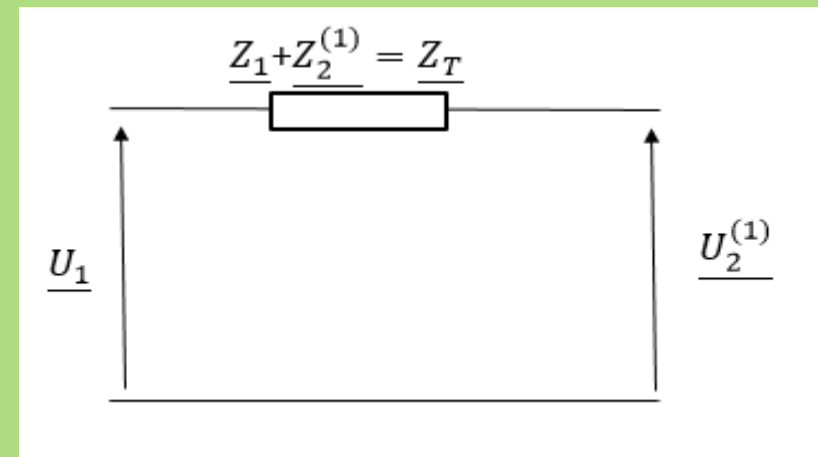
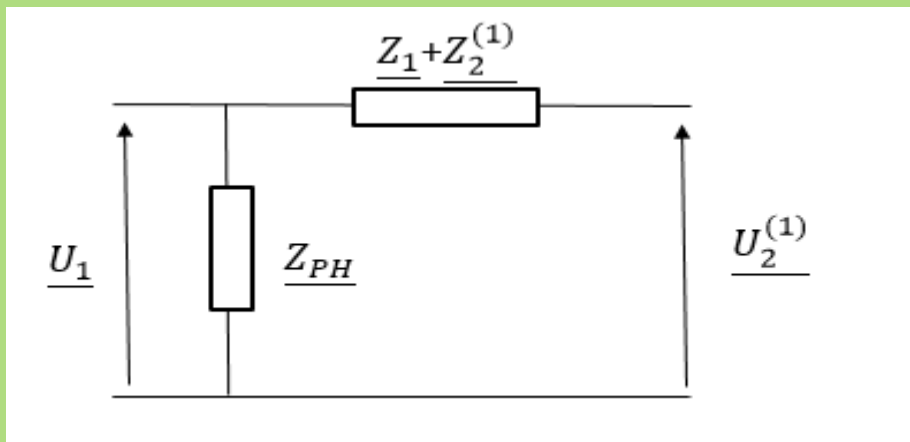
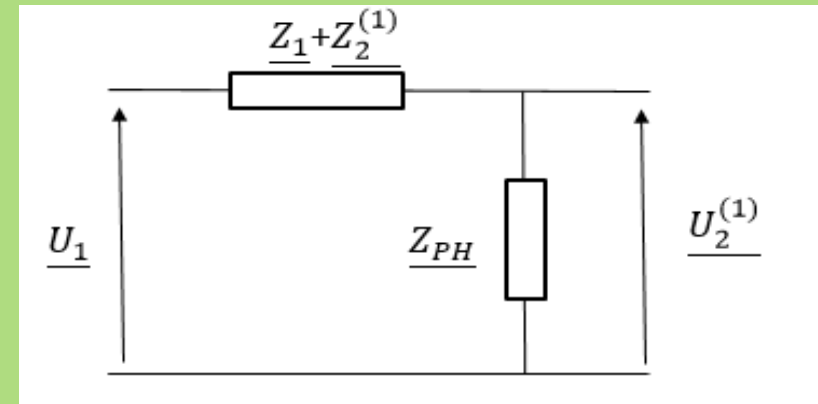
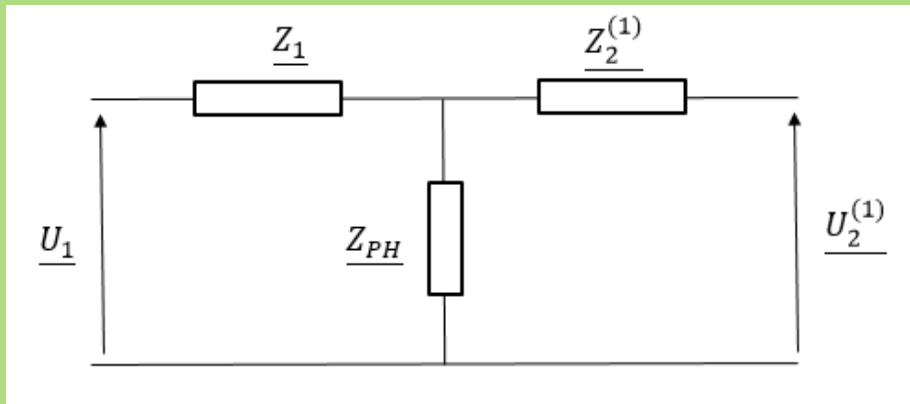
$$\underline{Z}_{PH} = \frac{1}{\underline{Y}_{PH}}$$

$$G^{(i)} = \frac{P_{Fen}^{gub}}{U_{ni}^2}$$

$$B^{(i)} = \sqrt{Y_{PH}^{(i)^2} - G^{(i)^2}}$$

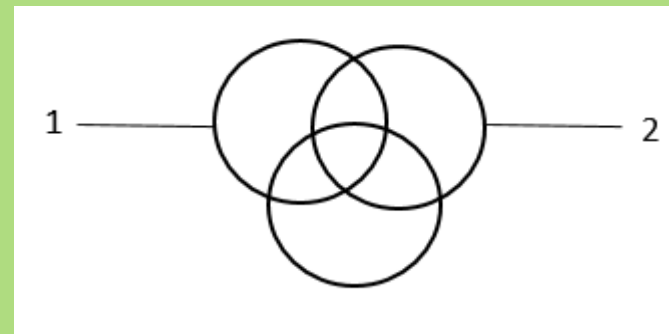
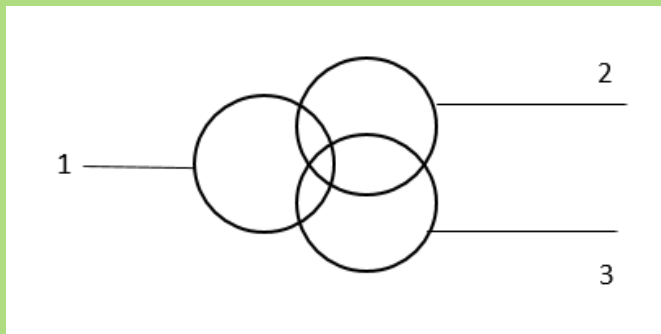
$i_{0\%}$ је реда 0.1-3% (мало у односу на моторе код којих је 15-20%)

Шеме двонамотајног трансформатора



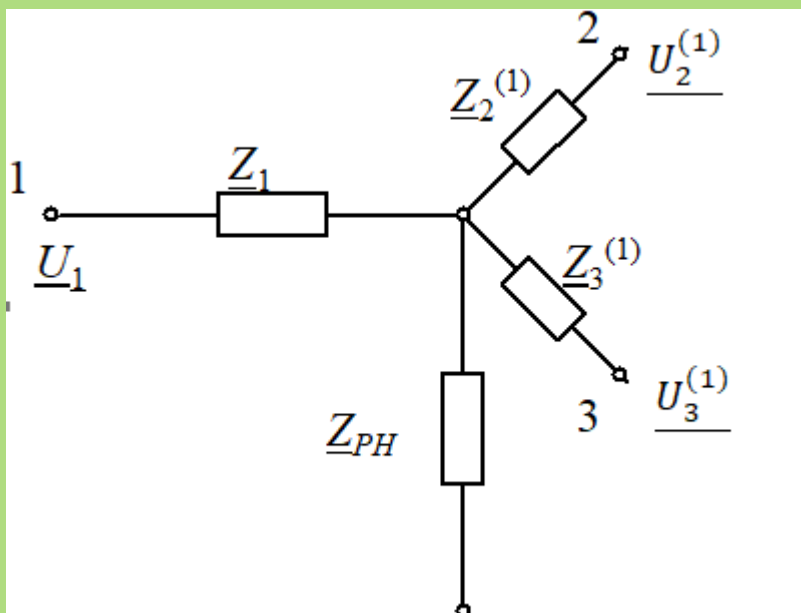
Тронамотајни трансформатор

Трећи намотај служи или као енергетски намотај (за прикључење потрошача) или чешће као компензациони (за везивање уређаја за компензацију) и за затварање нултих струја и струја виших хармоника мултипла 3.



Обично су снаге примара и секундара исте или приближно исте, док је снага терцијара између $1/4$ и $1/3$ од снаге примара $S_n / S_n / \frac{S_n}{3}$

Заменска шема тронамотајног трансформатора



$$\underline{Z}_{1,2} = \frac{u_{k_{1,2}} \%}{100} \cdot \frac{U_{n1}^2}{S_{1,2}}$$
$$\underline{Z}_{1,3} = \frac{u_{k_{1,3}} \%}{100} \cdot \frac{U_{n1}^2}{S_{1,3}}$$
$$\underline{Z}_{2,3} = \frac{u_{k_{2,3}} \%}{100} \cdot \frac{U_{n1}^2}{S_{2,3}}$$

Пролазна снага

Под пролазном снагом између два намотаја подразумева се мања од двеју назначених снага та два намотаја.

$$R_{1,2} = P_{Cun1,2}^{gub} \left(\frac{U_{n1}}{S_{1,2}} \right)^2$$

$$R_{1,3} = P_{Cun1,3}^{gub} \left(\frac{U_{n1}}{S_{1,3}} \right)^2$$

$$R_{2,3} = P_{Cun2,3}^{gub} \left(\frac{U_{n1}}{S_{2,3}} \right)^2$$

$$\underline{Z}_{1,2} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2^{(1)}$$

$$\underline{Z}_{1,3} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3^{(1)}$$

$$\underline{Z}_{2,3} = \underline{Z}_2^{(1)} + \underline{Z}_3^{(1)}$$

$$X_{1,2} = \sqrt{Z_{1,2}^2 - R_{1,2}^2}$$

$$X_{1,3} = \sqrt{Z_{1,3}^2 - R_{1,3}^2}$$

$$X_{2,3} = \sqrt{Z_{2,3}^2 - R_{2,3}^2}$$

$$\underline{Z}_1 = \frac{1}{2} (\underline{Z}_{1,2} + \underline{Z}_{1,3} - \underline{Z}_{2,3})$$

$$\underline{Z}_2^{(1)} = \frac{1}{2} (\underline{Z}_{1,2} + \underline{Z}_{2,3} - \underline{Z}_{1,3})$$

$$\underline{Z}_3^{(1)} = \frac{1}{2} (\underline{Z}_{1,3} + \underline{Z}_{2,3} - \underline{Z}_{1,2})$$

Модел регулационог двонамотајног трансформатора

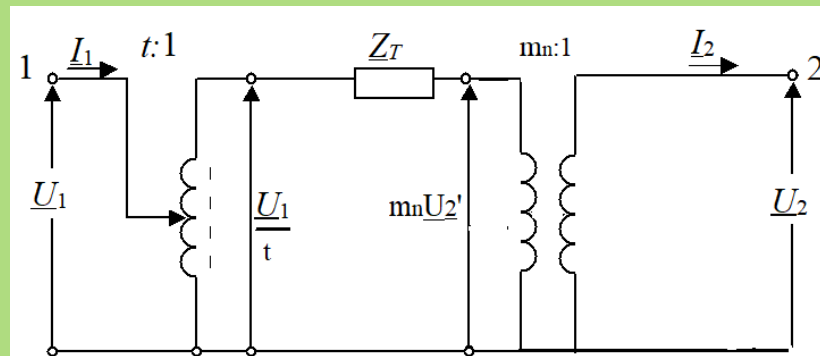
Регулациони трансформатори имају променљив број навојака на једном од намотаја чиме је омогућено подешавање преносног односа трансформатора у одређеном опсегу око номиналног односа трансформације.

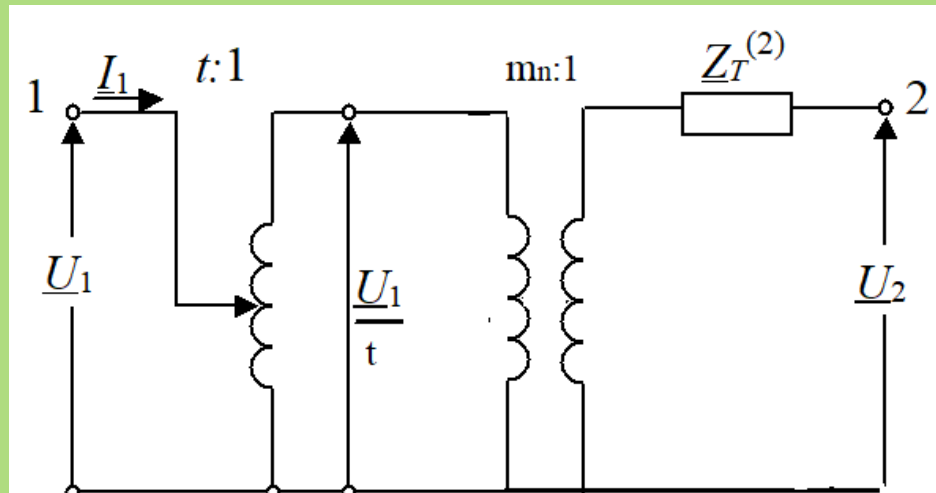
$$m = m_n t = m_n (1 + n \cdot \Delta t)$$

m_n , скаларни номинални однос трансформације

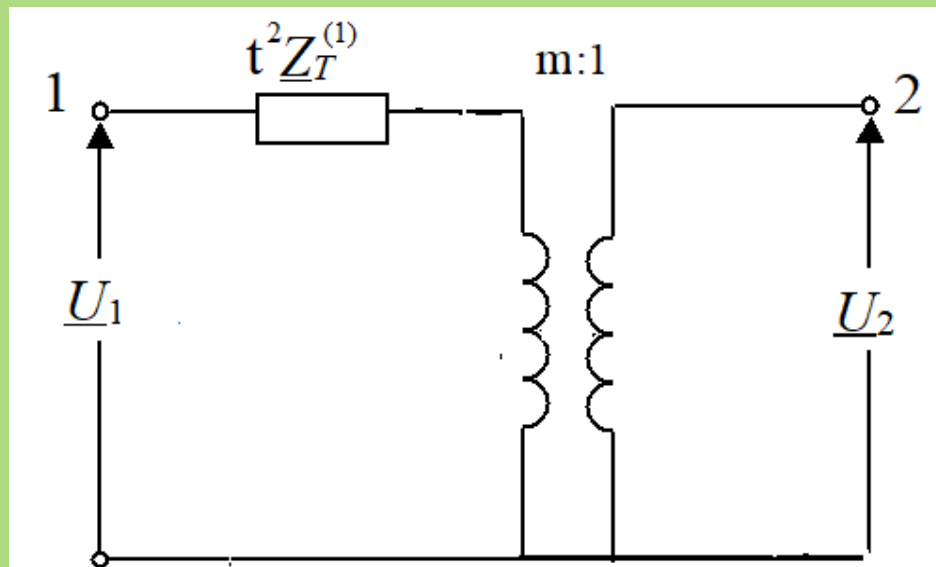
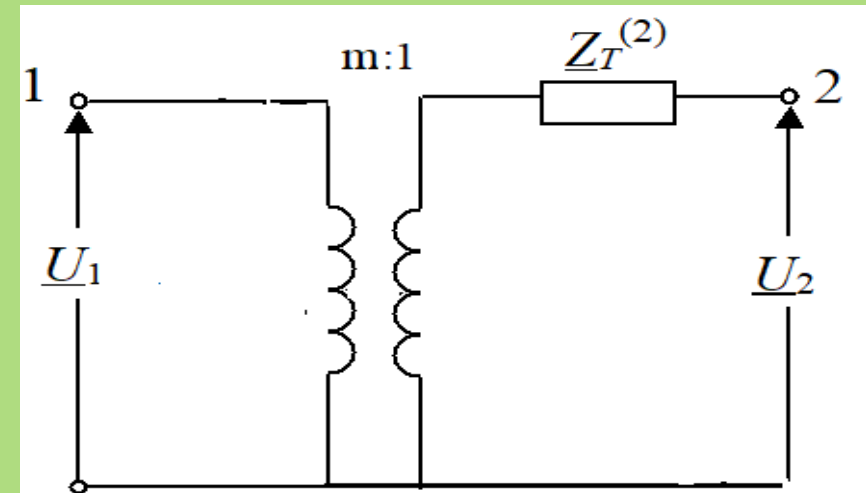
t , скаларни преносни однос регулационог трансформатора

n , позитиван или негативан цео број који одређује положај регулационог одвојка



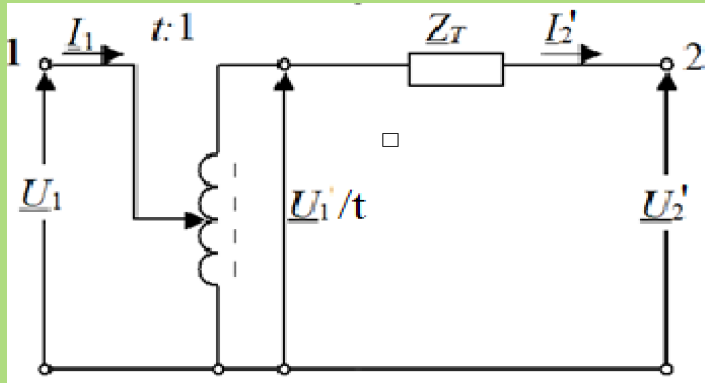


$\Rightarrow$



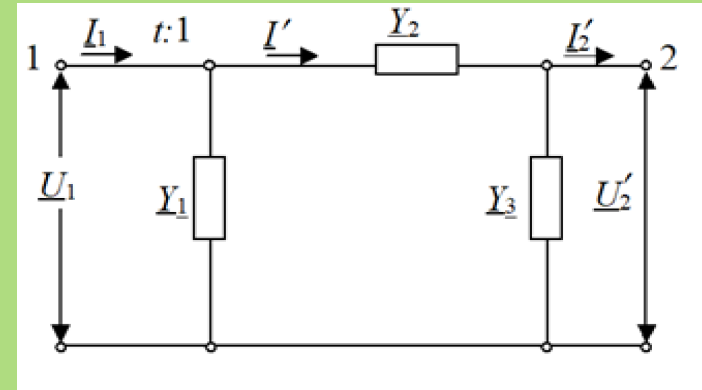
$$t^2 \underline{Z}_T^{(1)} = \frac{Z_{\%}}{100} \frac{U_1^2}{S_n}$$

Несиметрична π – шема регулационог трансформатора



Еквивалентна монофазна шема регулационог двонамотајног трансформатора

$$\begin{aligned}\frac{\underline{U}_1}{t} &= \underline{Z}_T \cdot \underline{I}_2' + \underline{U}_2' \\ \underline{I}_1 \cdot t &= \underline{I}_2' \\ \underline{I}_1 &= \underline{Y}_T \frac{\underline{U}_1}{t^2} - \underline{Y}_T \frac{\underline{U}_2'}{t} \\ \underline{U}_2' &= \underline{Y}_T \frac{\underline{U}_1}{t} - \underline{Y}_T \cdot \underline{U}_2'\end{aligned}$$



Еквивалентна монофазна π -шема двонамотајног регулационог трансформатора

$$\begin{aligned}\underline{I}_1 &= \underline{Y}_1 \underline{U}_1 + \underline{Y}_2 (\underline{U}_1 - \underline{U}_2') \\ \underline{I}_2' &= -\underline{Y}_3 \underline{U}_2' + \underline{Y}_2 (\underline{U}_1 - \underline{U}_2') \\ \underline{I}_1 &= (\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2) \underline{U}_1 - \underline{Y}_2 \underline{U}_2' \\ \underline{I}_2' &= \underline{Y}_2 \underline{U}_1 - (\underline{Y}_2 + \underline{Y}_3) \underline{U}_2'\end{aligned}$$

$$\underline{Y}_1 = \underline{Y}_T \frac{1-t}{t^2}$$

$$\underline{Y}_2 = \underline{Y}_T \frac{1}{t}$$

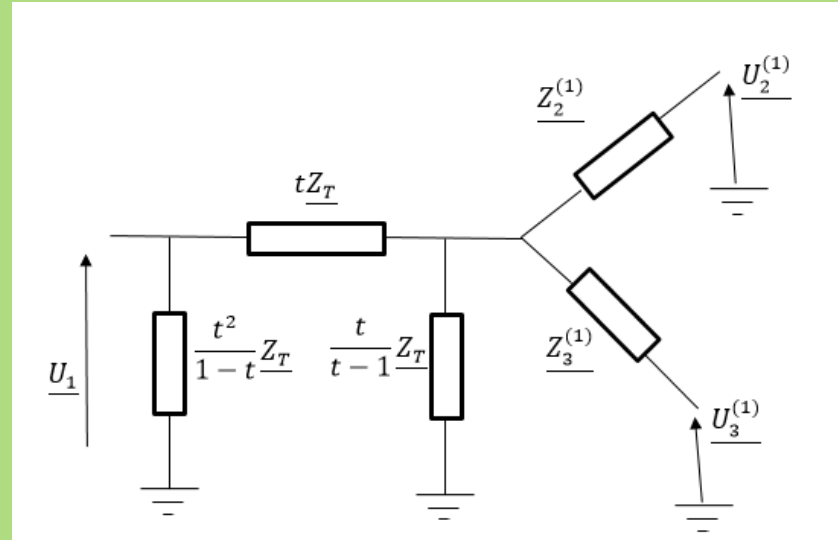
$$\underline{Y}_3 = \underline{Y}_T \frac{t-1}{t}$$

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_T \frac{t^2}{1-t}$$

$$\underline{Z}_2 = \underline{Z}_T t$$

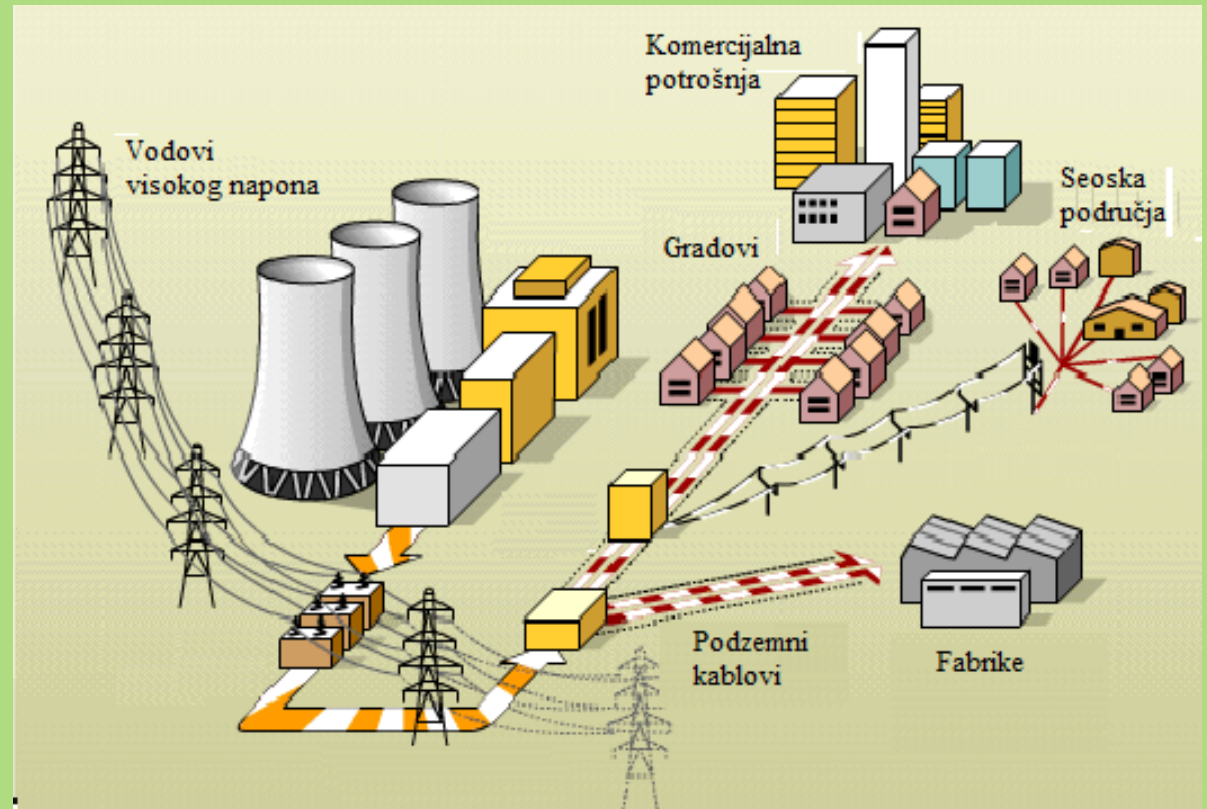
$$\underline{Z}_3 = \underline{Z}_T \frac{t}{t-1}$$

Заменска шема регулационог тронамотајног трансформатора



Модел потрошње

Потрошњу чини збирни одзив различитих пријемника. Ради се о пријемницима различитих намена и снага. Захтеви потрошача нису константни и мењају се са природним дневним и сезонским циклусима. Ове промене се приказују као промене снага (или струја) у функцији времена.



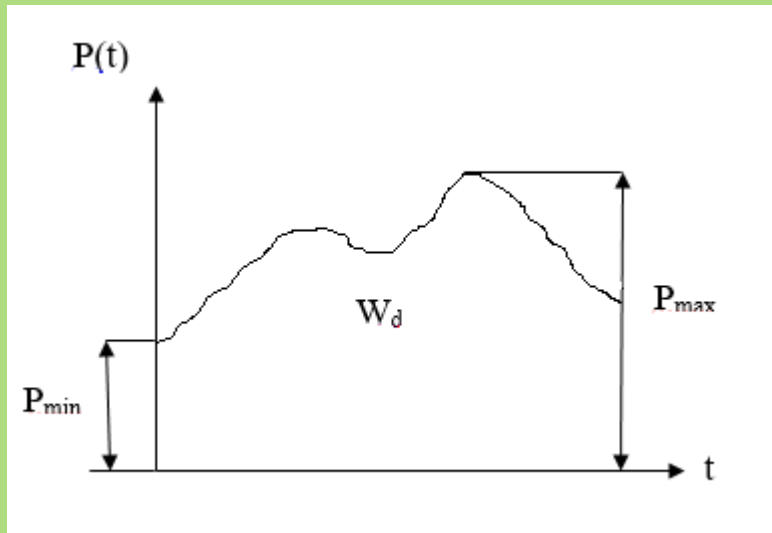
Оптерећења се за потребе експлоатације обично региструју на сваких 15 минута, дакле, добија се 96+1 тачка.

Карактеристични дневни дијаграм оптерећења:

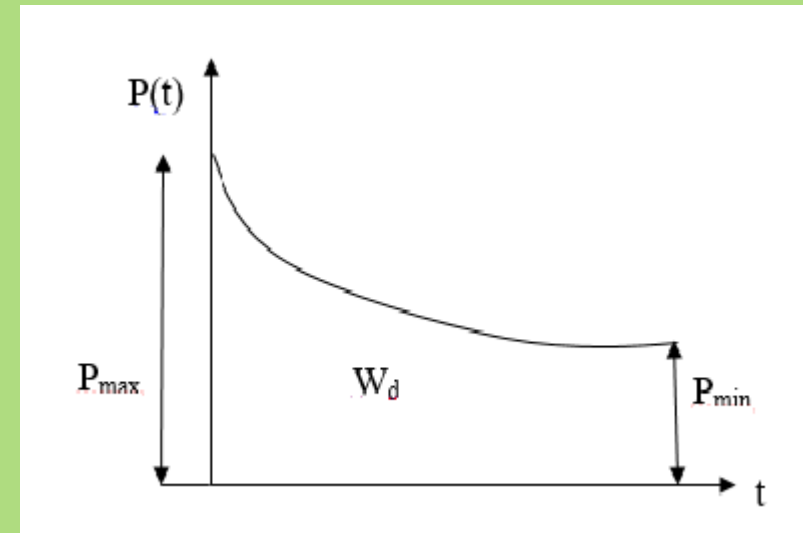
W_d , укупна днвна утрошена енергија

$P_{\max}$, максимално (вршно) дневно оптерећење

$P_{\min}$, минимално дневно оптерећење.



Хронолошки дијаграм оптерећења



Уређени дијаграм оптерећења

Осим дневног дијаграма оптерећења, користе се још и седмични, месечни, сезонски и годишњи.

Активне и реактивне снаге које узима неко потрошачко подручје су функција напона и учестаности.

$$P_p = f(U, f)$$

$$dP_p = k_{PU}dU + k_{Pf}df$$

$$Q_p = f(U, f)$$

$$dQ_p = k_{PU}dU + k_{Pf}df$$

Напон, U , је локални феномен, у стационарном стању напони се разликују од тачке до тачке.

Фреквенција, f , је глобална величина, мера реда у ЕЕС-у.

Подела потрошње

Прва подела:

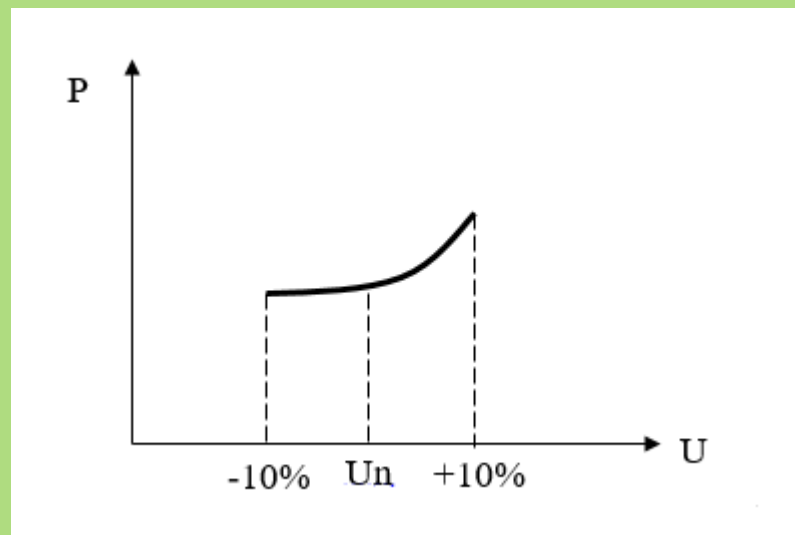
- ❖ Административно-комерцијални сектор
- ❖ Индустрјуа
- ❖ Домаћинства

Друга подела:

- ❖ Термички уређаји
- ❖ Асинхрони мотори
- ❖ DC конвертори
- ❖ Остало

Статичке напонске карактеристике потрошње, зависност од U

Разматра се снага потрошње при промени напона у опсегу од $0.9 U_n$ до $1.1 U_n$.



Показује се да су експоненцијалне функције погодне за ове апроксимације.

Експоненцијални модел

$$P_p = C_{PU} U^{k_{PU}}$$

$$Q_p = C_{QU} U^{k_{QU}}$$

k_{PU} , статички коефицијент промене активне снаге P са променама напона U

k_{QU} , статички коефицијент промене реактивне снаге Q са променама напона U

$$\frac{dP_p}{dU} = k_{PU} C_{PU} U^{k_{PU}-1} = \frac{k_{PU}}{U} C_{PU} U^{k_{PU}} = \frac{k_{PU}}{U} P_p$$

Код малих промена напона, врши се линеаризација карактеристика око радне тачке.

$$\frac{\Delta P_p}{P_p} = k_{PU} \frac{\Delta U}{U}$$

Односно:

$$\frac{\Delta Q_p}{Q_p} = k_{QU} \frac{\Delta U}{U}$$

❖ Константна импеданса, термички потрошачи

$$\frac{d\overline{S_P}}{dU} = \frac{d(P_p + jQ_p)}{dU} = \frac{d(\frac{U^2}{Z_p^*})}{dU} = 2 \frac{S_p}{U}$$

$$k_{PU} = 2$$

❖ Константна снага, мотори (на основу карактеристике мотора, ако је момент константан брзина се мало мења)

$$P_p = const$$

$$k_{PU} = 0$$

❖ Константна струја, DC претварачи (добрим делом)

$$I_p = const$$

$$k_{PU} \approx 1$$

Бројчане вредности за k_{PU} су у опсегу $0 \leq k_{PU} \leq 2$. Код реалних потрошачких центара, потребно је познавати учешће сваке од категорија у укупној потрошњи.

Пример:

Београд, доминирају ТА пећи, $k_{PU} \approx 1.8$

Моторни погон, $k_{PU} \approx 0.3$ (увек има и других потрошача, $P \neq const$)

За наш ЕЕС, системски $k_{PUuk} \approx 1.3-1.4$

Комерцијална потрошња у центру града $k_{PU} \approx 1.3$

Индустрија $k_{PU} \approx 0.9$

Еквивалентни k_{PU} за случај сложеног потрошачког подручја, рачуна се на основу следећег израза:

$$k_{PU}^{\Sigma} = \sum_i k_{PUi} \frac{P_i}{P_P}$$

Управљање потрошњом преко модула напона има више ефекта код домаћинстава него у индустрији.

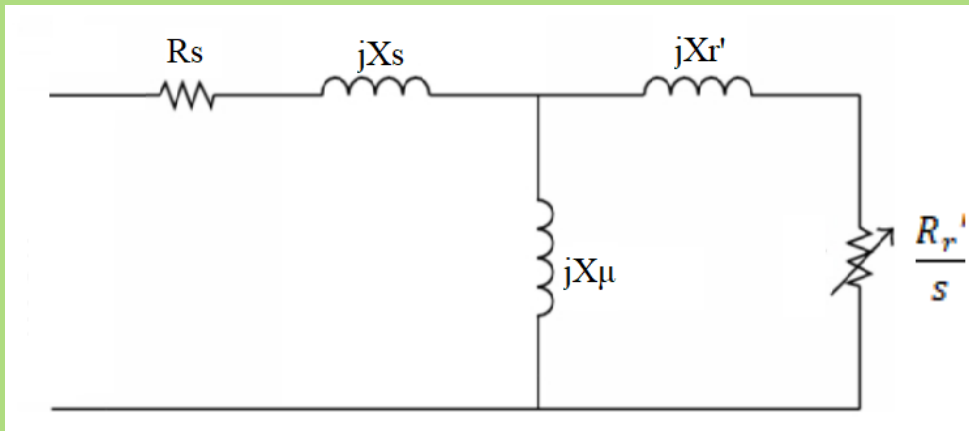
Промена реактивне снаге са напонам, k_{QU}

❖ Термичка потрошња не узима реактивну снагу.

❖ Асинхрони мотори:

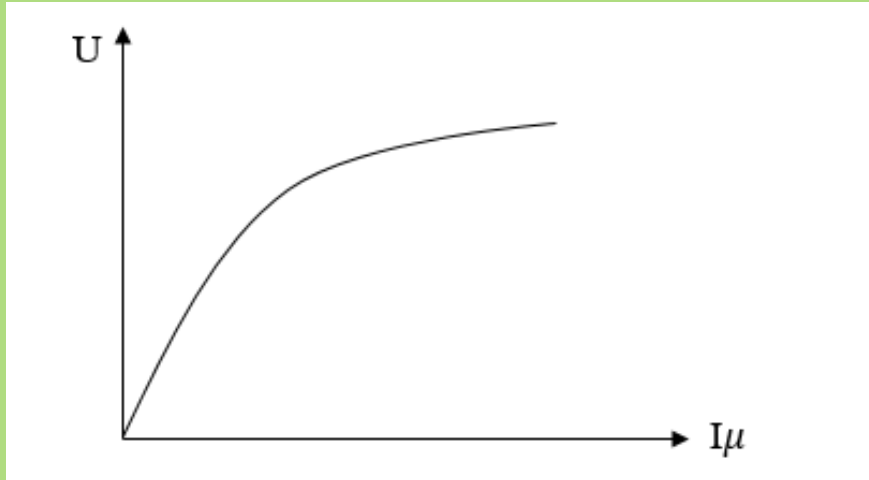
- феномен магнећења, $k_{QU\mu}$

- феномен расипања, $k_{QU\gamma}$



Резултантни k_{QU} : $k_{QU}^\Sigma = k_{QU\gamma} + k_{QU\mu}$

Магнећење:



$$Q_{\mu} = BU^2$$

$k_{QU} = 2$ (када је асинхрона машина незасићена)

$k_{QU} = 5$ (када је засићена)

Када су добре напонске прилике (око U_n) $k_{QU\mu} \approx 3 - 5$

Када су лоше напонске прилике (око $0.9U_n$) $k_{QU\mu} \approx 2$

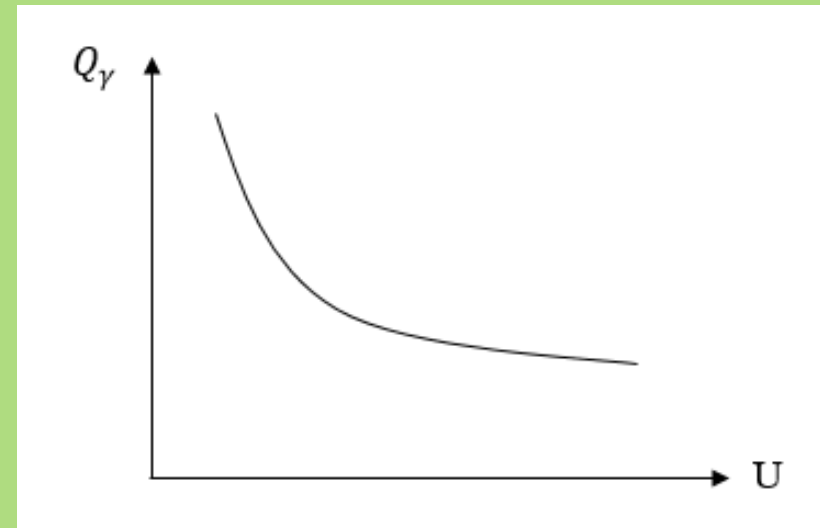
Расипање:

$$Q_{\gamma} = X_{\gamma} I^2$$

Што је веће I , веће је Q_{γ}

Лоше напонске прилике значе већу струју, I , односно веће Q_{γ}

Добри напони, значе мање I , односно мање Q_{γ}



$$k_{QU\gamma} < 0$$

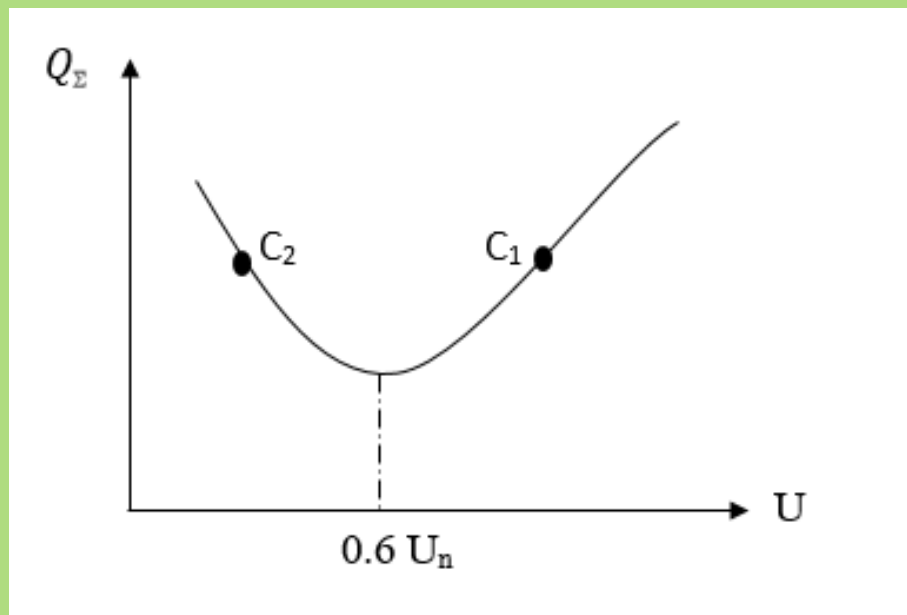
Резултантни k_{QU} зависи од:

- величине асинхроног мотора
- процентуалног оптерећења
- брзине обртања

Мордејева крива $\Rightarrow$

C_1 , стабилна радна тачка

C_2 , нестабилна радна тачка



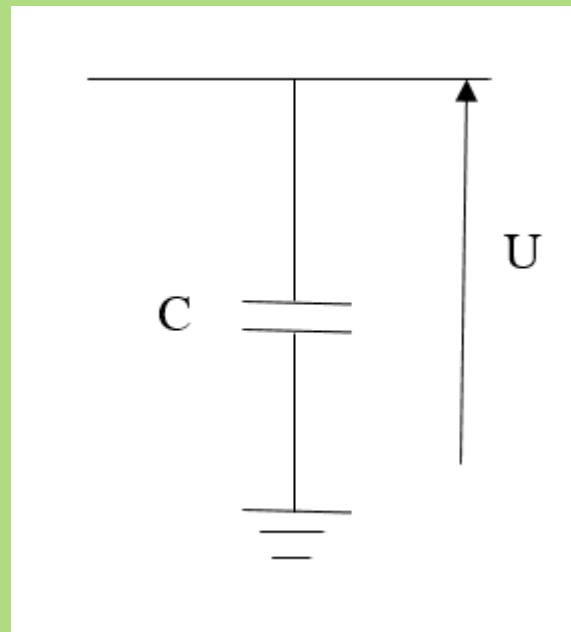
Одређивање k_{QU}^Σ је јако значајно, како за индустријске погоне, тако и за домаћинства и за административно-комерцијални конзум.

Најтачније одређивање статичких коефицијената добија се експерименталним путем.

❖ Батерије кондензатора

Оточне батерије кондензатора се понашају као извори реактивне снаге, и сматрамо да је капацитивност батерија константна, због чега је:

$$k_{QUC} = -2$$



Полиномни модел потрошње

$$\begin{aligned}P_p &= a_1 U^2 + b_1 U + c_1 \\Q_p &= a_2 U^2 + b_2 U + c_2\end{aligned}$$

Или другачије, ZIP модел. Први сабирак одговара моделовању дела потрошње са константном импедансом (Z), други са константном струјом (I), трећи са константном снагом (P).

Статичке фреквентне карактеристике потрошње

k_{PF} , статички коефицијент промене активне снаге са учестаношћу

k_{QF} , статички коефицијент промене реактивне снаге са учестаношћу

$$k_{Pf}^{\Sigma} = \sum_i k_{Pfi} \frac{P_i}{P_P}$$

- ❖ Активна снага термичке потрошње не зависи од учестаности.
- ❖ За моторни погон за који је $M=\text{const}$, са растом учестаности расте и брзина обртања, па је

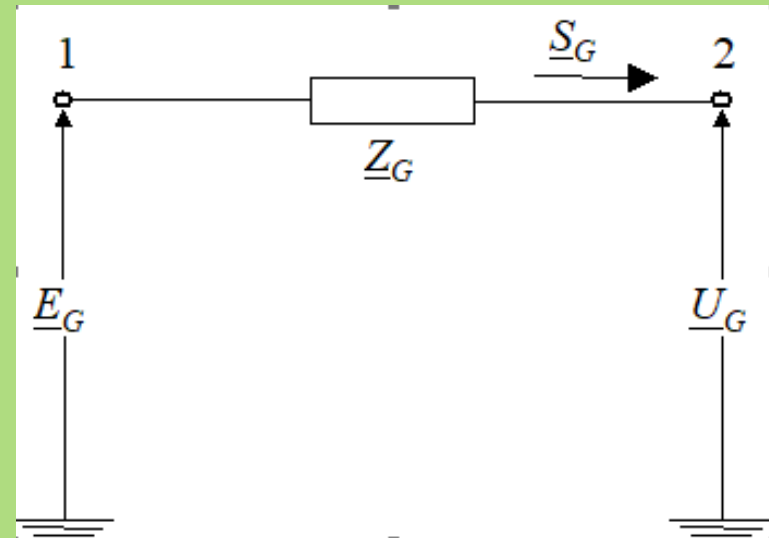
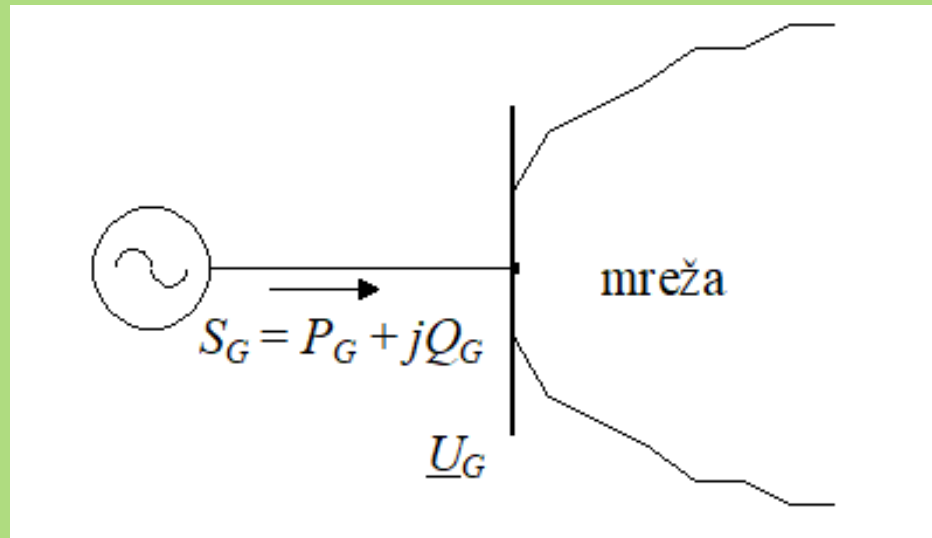
$$k_{Pf} = 1$$

-Код неких радних машина (пумпе, вентилатори..), моменат се мења са вишим степенима клизања (3 или 4).

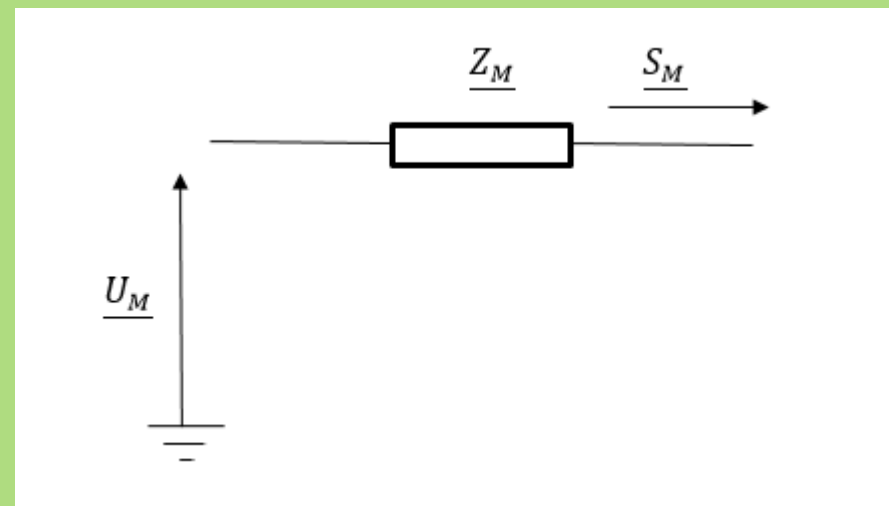
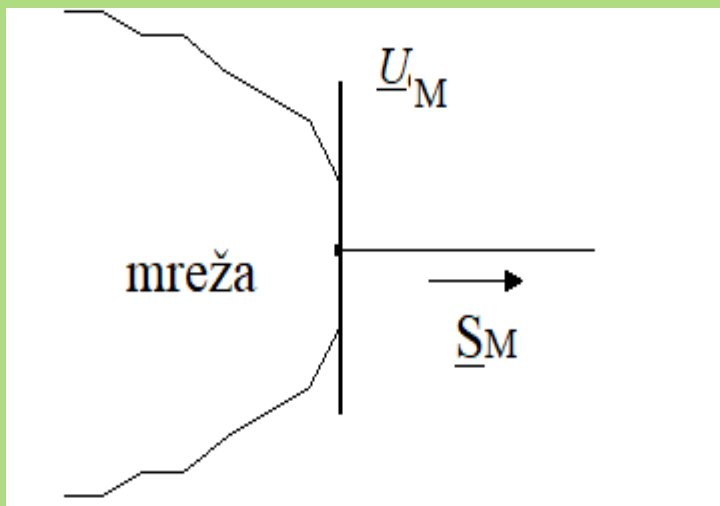
-За мешовити састав потрошње опсег резултантног k_{Pf} креће се у опсегу $1 < k_{Pf} < 3$, а најчешће вредности су од 1.5 до 2.5.

-Реактивна потрошња такође зависи од учестаности и типичне вредности статичког коефицијента промене реактивне снаге са учестаношћу, k_{Qf} су између -2 и 0.

Модел генератора



Модел мреже



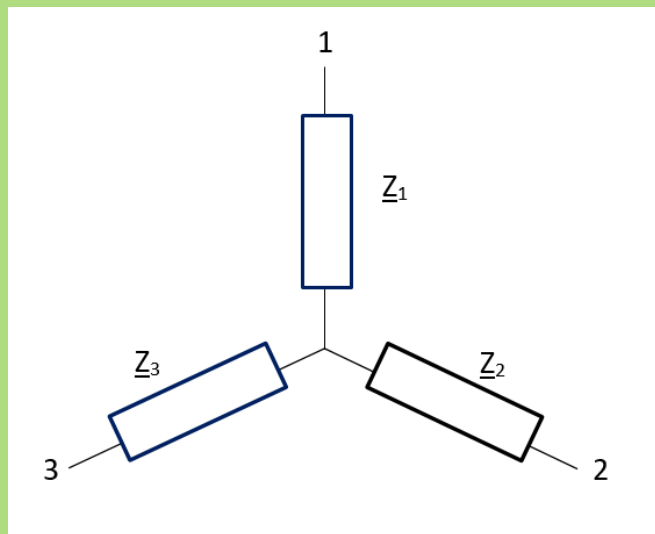
Обично имамо :
 $U_n = const$
 $f = const$

$$Z_M = \frac{U_M^2}{S_{3pksM}}$$

Напонски ниво	Напон [kV]	S_{ks} [MVA]	R/X
Ниски	0.4	1-10	0.7-11
Средњи	20	100-1000	0.4-2
Високи	220	5000-20000	0.007-0.6

Анализа основних спрега у трофазним системима

- Звезда

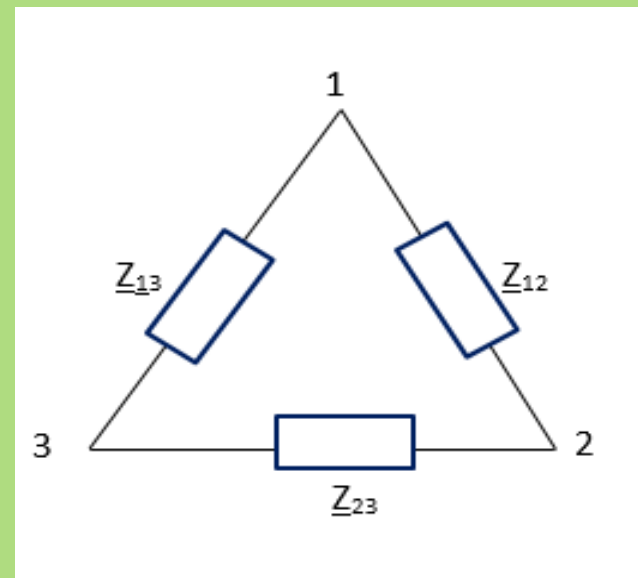


$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{13}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{13} + \underline{Z}_{23}}$$

Ако су симетрични важи :

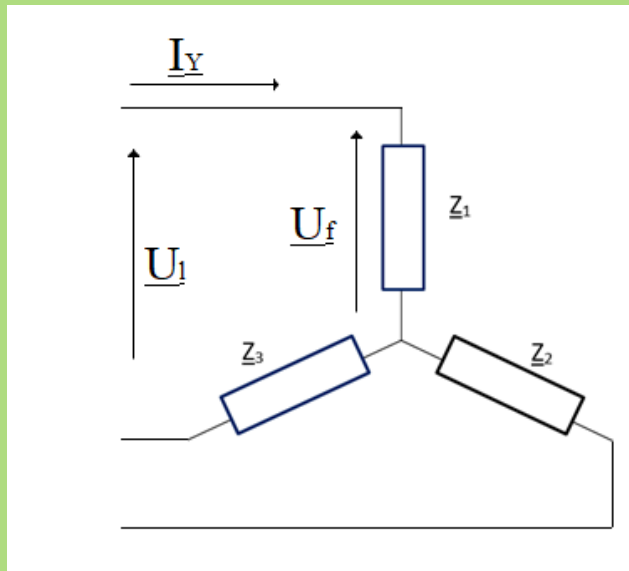
$$\underline{Z}_Y = \frac{\underline{Z}_D}{3}$$

- Троугао



$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2}{\underline{Z}_3}$$

- Мерење снаге и струје

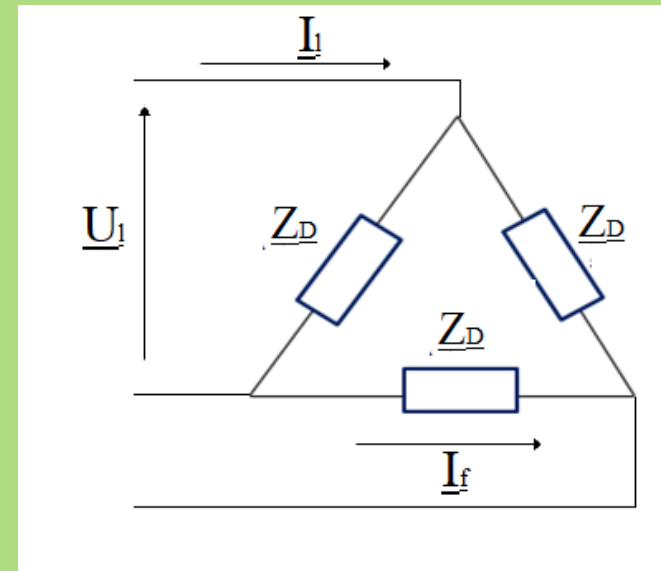


$$\underline{S}_Y = 3 \underline{U}_f \underline{I}_f^* = 3 \frac{U_f^2}{\underline{Z}_Y} = \frac{U_l^2}{\underline{Z}_Y}$$

Изједначавањем $\underline{S}_Y = \underline{S}_D$ како бисмо добили еквивалентне шеме добија се исти резултат је $\underline{Z}_Y = \frac{\underline{Z}_D}{3}$.

$$\underline{I}_Y = \frac{\underline{U}_l}{2\underline{Z}_Y}$$

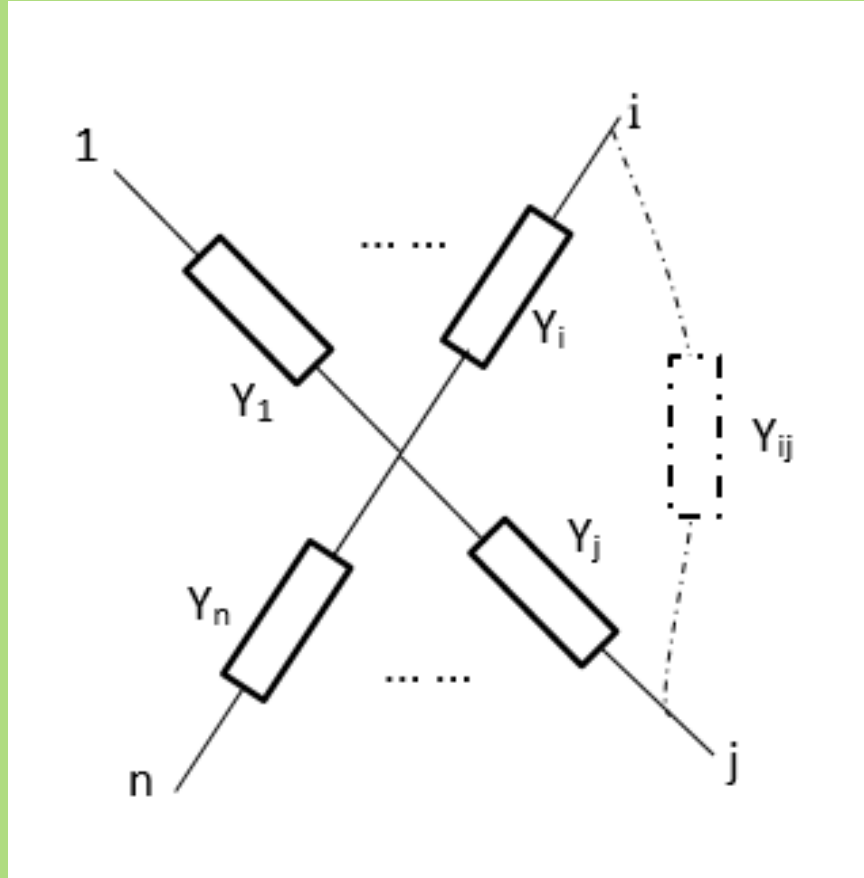
Изједначавањем струја $\underline{I}_Y = \underline{I}_D \Rightarrow \underline{Z}_Y = \frac{\underline{Z}_D}{3}$.



$$\underline{S}_D = 3 \frac{U_l^2}{\underline{Z}_D}$$

$$\underline{I}_D = \frac{\underline{U}_l}{\underline{Z}_D \parallel 2\underline{Z}_D} = \frac{\underline{U}_l}{2\underline{Z}_D/3}$$

Општи облик трансформације звезде са n грана у ПОЛИГОН



$$Y_{ij} = \frac{Y_i \cdot Y_j}{\sum_{k=1}^n Y_k}$$